

# Dispositivi elettronici – AA2018/19

## Argomenti per la discussione orale

Valerio Nappi

1. Velocità di deriva, modello microscopico della mobilità, tempo di medio rilassamento.
2. Modello di rilassamento e saturazione della velocità.
3. Corrente di diffusione. Legge di Fick. Relazione di Einstein.
4. Equazione di continuità e modelli di ricombinazione.
5. La giunzione p-n: statistica di Boltzmann e determinazione del potenziale di contatto.
6. Elettrostatica della giunzione p-n: calcolo della estensione della zona svuotata, profilo di campo elettrico e di potenziale.
7. Fenomeni di breakdown e campo critico. Dipendenza della tensione di breakdown dal drogaggio.
8. Giunzione p-n polarizzata direttamente: profilo di minoritari ed espressione della corrente totale in polarizzazione diretta.
9. Struttura MOS: tensione di banda piatta, espressione della tensione di soglia.
10. Sistema MOS: elettrostatica per polarizzazioni sopra soglia (densità di carica, profilo di campo elettrico).
11. Transistore MOS canale n: modello a strato di carica, approssimazioni e relazione in zona ohmica.
12. Transistore MOS a canale n: espressione della corrente in saturazione, modulazione di canale e conduttanza di uscita.
13. Le bande ed il livello di Fermi. Densità di stati equivalenti.
14. Sistema MOS: Tensione di banda piatta e funzione lavoro.
15. I contatti metallo-semiconduttore.

## 1 Velocità di deriva, modello microscopico della mobilità, tempo di medio rilassamento

Si consideri la definizione di corrente come quantità di carica elettrica che passa attraverso una superficie in un secondo, in un conduttore. Per questo conduttore, di area  $A$ , la definizione è equivalente a considerare la quantità di carica  $Q$  all'interno di un volume  $A \cdot L$ , dove  $L = v_d \cdot 1s$ . Con  $v_d$  velocità a cui viaggiano i portatori. Si scrive allora:

$$I = Q A v_d \cdot 1s$$

È evidente la relazione  $I \propto v_d$ . Si consideri ora la prima legge di Ohm, legge empirica:  $I = \frac{V}{R}$ .

La tensione, per un dato conduttore a cui è applicata, è proporzionale al campo elettrico. Il campo elettrico causa un'accelerazione delle cariche. Si può scrivere quindi:

$$I \propto a \propto v_d$$

Si evidenzia allora una apparente contraddizione, per cui la corrente risulta sia proporzionale all'accelerazione che alla velocità. Questa apparente contraddizione viene però risolta considerando che le cariche nel conduttore non si muovono nello spazio vuoto. Muovendosi, infatti, urtano contro gli atomi del reticolo, trasferendo a questi la loro energia cinetica. Si assuma che, ai fini di una prima articolazione del modello, il tempo tra un urto e il successivo per una particella sia costante. La particella alternerà quindi ripetute accelerazioni e fermate. In particolare, assumendo  $T$  il tempo tra un urto e il successivo, si avrà:

$$v_{max} = a T = \frac{qE}{m} T$$

Si considera allora la velocità media, che prende il nome di velocità di deriva dei portatori:

$$v_d = \frac{v_{max}}{2} = \frac{qE}{m} \frac{T}{2} = \frac{q \tau}{m} E = \mu E$$

Volendo rilassare l'ipotesi iniziale di tempo tra gli urti costante, sarà possibile considerare un tempo medio  $\tau$ , che prende il nome di tempo medio di rilassamento. Il coefficiente  $\mu$  prende il nome di mobilità dei portatori. La corrente risulta quindi essere, in accordo con la legge di Ohm:

$$I = Q A \mu E = Q \mu \frac{A}{L} V$$

## 2 Modello di rilassamento e saturazione della velocità

Il modello esposto in precedenza presenta un limite. Si osserva sperimentalmente che, mentre per intensità modeste di campo elettrico il modello resta valido, avvicinandosi a campi elettrici nell'ordine dei  $10^4$  V/cm, la mobilità dei portatori tende a non aumentare secondo il campo. Questo fenomeno prende il nome di saturazione della velocità di deriva dei portatori. La saturazione della mobilità è infatti da ricondursi alla saturazione della velocità di deriva, che si assesta al massimo a un valore di circa  $10^7$  cm/s.

Si studia questo fenomeno attraverso la quantità di moto. Considerandola alla differenza si ha

$$m^* \frac{dv_d}{dt} = qE - \frac{m^* v_d}{\tau}$$

Dove il termine  $m^* \frac{v_d}{\tau}$  a sinistra rappresenta la differenza della quantità di moto e il termine  $m^* \frac{v_d}{\tau}$  di destra rappresenta la perdita media di quantità di moto dovuta agli urti. In condizioni stazionarie la derivata è nulla, possiamo scrivere  $qE - \frac{m^* v_d}{\tau} = 0$ . Ne risulta:

$$v_d = \frac{qE\tau}{m^*} = \mu E$$

In accordo con quanto già dimostrato. Si studia ora la variazione di energia, che si può scrivere in condizioni stazionarie:

$$\frac{dE_k}{dt} = qE v_d - \frac{E_k}{\tau} = 0 \quad \implies \quad E_k(E) = qE v_d \tau = \frac{qE\tau^2}{m^*}$$

L'energia cinetica delle cariche non è più quindi esclusivamente l'energia termica, come per un moto browniano a cui è sommato un moto di deriva (in cui vale  $\frac{1}{2} m^* v_\theta^2 = \frac{3}{2} kT$ ), ma dipende anche dal campo elettrico. Il tempo di rilassamento non risulta più costante, ma mostra una dipendenza dal campo elettrico. Questo è messo in evidenza dal fatto che, per piccoli campi elettrici,  $E_k = \frac{3}{2} kT$  mentre per grandi campi elettrici si ha  $E_k(E) = \frac{qE\tau^2}{m^*}$ , ma la relazione misurata sperimentalmente è non è quadratica, ma satura alla massima velocità di deriva. Il tempo medio di rilassamento deve dipendere allora da  $1/E$ . Si esce così dal regime ohmico.

### 3 Corrente di diffusione. Legge di Fick. Relazione di Einstein

Si consideri un semiconduttore in cui la densità di portatori non è uniformemente distribuita. Si assuma ad esempio che la concentrazione dei portatori abbia un profilo lineare lungo la porzione di semiconduttore considerata. Si prenda un sistema di riferimento nel sistema, tale per cui per ascisse negative si abbia una concentrazione maggiore che per ascisse positive. Si studia ora il flusso delle cariche a una distanza  $\pm\lambda$  dall'origine, verso la metà opposta del semiconduttore. Si avrà:

$$\begin{cases} \phi_{d \rightarrow s} = \frac{1}{2} n \lambda v_{th} \\ \phi_{s \rightarrow d} = \frac{1}{2} n -\lambda v_{th} \end{cases}$$

Che dà origine ad un flusso netto:

$$\phi_{netto} = \frac{1}{2} v_{th} (n -\lambda - n \lambda)$$

Considerando lo sviluppo in serie di Taylor al primo ordine della concentrazione delle cariche attorno allo zero  $n(x) = n(0) + \left. \frac{dn(x)}{dx} \right|_0 x$  si ottiene:

$$\phi_{netto} = -v_{th} \lambda \left. \frac{dn(x)}{dx} \right|_0 = -D_n \left. \frac{dn(x)}{dx} \right|_0$$

Questo risultato prende il nome di legge di Fick.

Il flusso di carica netto individuato dalla legge di Fick è alla base della corrente di diffusione dei portatori. Espressa come densità di corrente, avrà espressione, per elettroni e lacune:

$$J_{n,diff} = q D_n \frac{dn(x)}{dx} \quad J_{p,diff} = -q D_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Dove si è definito  $D = v_{th} \lambda$ . È noto inoltre che  $\mu = \frac{q\tau}{m^*}$  e  $\lambda = v_{th} \tau$ . Allora si può scrivere  $D = v_{th}^2 \tau$ .

È noto inoltre che, nel modello a gas elettronico unidimensionale si ha velocità termica  $\frac{1}{2} v_{th}^2 = \frac{1}{2} kT$ . Allora  $v_{th}^2 = \frac{kT}{m^*}$ . Si scrive quindi:

$$D = \frac{kT}{m^*} \tau$$

Che prende il nome di relazione di Einstein.

#### 4 Equazione di continuità e modelli di ricombinazione

Si consideri una porzione di semiconduttore di cui si vogliono studiare i flussi di carica in ingresso e in uscita. Il semiconduttore in oggetto ha area  $A$  e lunghezza  $\Delta x$ . La differenza di portatori all'interno del semiconduttore si può dire uguale alla quantità di carica in ingresso con flusso  $\phi_{in}$  meno la carica in uscita con flusso  $\phi_{out}$ . Si può scrivere allora, per gli elettroni:

$$\frac{\Delta}{\Delta t} n A \Delta x = A\phi_{in} x - A\phi_{out}(x + \Delta x)$$

Passando ai differenziali, ed espandendo secondo Taylor il flusso:

$$\frac{dn}{dt} A \Delta x = A\phi x - A\phi x - A \frac{d\phi}{dx} \Delta x$$

Che risulta in  $\frac{dn}{dt} = -\frac{d\phi}{dx}$ . Espresso in termini di densità di corrente, per gli elettroni:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx}$$

Che prende il nome di equazione di continuità. Non si tiene conto, nella trattazione effettuata, dei fenomeni di generazione e ricombinazione dei portatori che possono avvenire nel semiconduttore considerato. La generazione nei semiconduttori avviene secondo due principali meccanismi: per via termica e per via ottica. La ricombinazione può avvenire invece in due modi: ricombinazione libera/in volo, che nel silicio è trascurabile, e ricombinazione mediata da difetti, prevalente nel silicio. La ricombinazione mediata da difetti avviene quando un portatore minoritario viene intrappolato da un difetto del reticolo cristallino. Il portatore maggioritario allora vi si può facilmente ricombinare. Si può dare una stima quantitativa del fenomeno con  $\sigma = \pi b^2$ , dove  $b$  è il raggio entro il quale il minoritario può essere catturato dal difetto. Considerata  $N_T$  la densità dei difetti e  $v_{th}$  la velocità del portatore, il portatore incontrerà un difetto mediamente ogni:  $\tau = \frac{1}{\sigma v_{th} N_T}$ .

Il tasso di ricombinazione risulta allora, ad esempio per le lacune  $R = p/\tau_p$ . Lo stesso fenomeno può dare luogo a generazione di portatori, con tasso  $G = p_0/\tau_p$

Si può scrivere ora una versione più completa dell'equazione di continuità:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{q} \frac{dJ_n}{dx} - \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

## 5 La giunzione p-n: statistica di Boltzmann e determinazione del potenziale di contatto

Si vuole studiare il comportamento di una giunzione p-n. Si prende a modello la colonna isoterma descritta mediante la statistica di Boltzmann. Si consideri una colonna isoterma di gas perfetto. All'interno di questa, varrà la relazione  $P = nkT$ , relazione tra pressione, densità delle particelle e temperatura, con  $k$  costante del gas. Si vuole studiare la diminuzione di pressione lungo l'asse  $z$  per un differenziale  $dz$ . La differenza di pressione sarà data dalla differenza di peso del gas diviso per l'area della colonna. Si avrà:

$$-dp = gM \frac{V}{A} = n g m dz$$

Si ottiene quindi un'equazione differenziale, dalla cui risoluzione risulta:

$$n = n_0 e^{-\frac{E_p(z)}{kT}}$$

Volendo valutare il rapporto tra concentrazioni tra due quote all'equilibrio, si ha:

$$\frac{n_2}{n_1} = e^{-\frac{E_{p2} - E_{p1}}{kT}}$$

Applicando questo modello alla concentrazione dei portatori in una giunzione p-n, con  $n_2$  concentrazione dei minoritari in zona p e  $n_1$  concentrazione dei maggioritari in zona n, si ottiene:

$$\frac{n_i^2}{N_A N_D} = e^{-\frac{E_{p2} - E_{p1}}{kT}} = e^{-\frac{q(V_2 - V_1)}{kT}} = e^{-\frac{q\phi}{kT}}$$

Il potenziale tra le due zone risulta allora:

$$\phi = \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{N_A N_D}{n_i^2} \right)$$

## 6 Elettrostatica della giunzione p-n: calcolo della estensione della zona svuotata, profilo di campo elettrico e di potenziale

### 6.1 Campo elettrico nella giunzione

Si vuole studiare l'elettrostatica della giunzione p-n al fine di determinare l'estensione della regione svuotata. Si consideri a tal fine il teorema di Gauss della carica elettrica  $\nabla E = \frac{\rho}{\varepsilon}$ , in forma unidimensionale:

$$\frac{dE(x)}{dx} = \frac{\rho(x)}{\varepsilon} \quad \text{con} \quad \rho(x) = \begin{cases} qN_D, & -x_n \leq x < 0 \\ -qN_A, & 0 \leq x \leq -x_p \end{cases}$$

Che integrato risulta in:

$$E(x) = \begin{cases} +\frac{qN_D x}{\varepsilon} + c_1, & -x_n \leq x < 0 \\ -\frac{qN_A x}{\varepsilon} + c_2, & 0 < x \leq x_p \end{cases}$$

Il campo deve essere continuo in zero, quindi:

$$\begin{aligned} c_1 &= \frac{qN_D x_n}{\varepsilon} \\ c_2 &= \frac{qN_A x_p}{\varepsilon} \end{aligned} \quad E(x) = \begin{cases} +\frac{qN_D}{\varepsilon}(x + x_n), & -x_n \leq x < 0 \\ -\frac{qN_A}{\varepsilon}(x - x_p), & 0 < x \leq x_p \end{cases}$$

Avendo in zero:

$$\frac{qN_D}{\varepsilon} x_n = \frac{qN_A}{\varepsilon} (x_p) \quad \Rightarrow \quad N_D x_n = N_A x_p$$

### 6.2 Potenziale elettrico nella giunzione

Il potenziale elettrico è definito come:

$$\frac{d\phi}{dx} = -E(x) \quad \text{quindi} \quad \phi(x) = \begin{cases} -\frac{qN_D}{2\varepsilon}(x + x_n)^2 + c_3, & -x_n \leq x < 0 \\ \frac{qN_A}{2\varepsilon}(x - x_p)^2 + c_4, & 0 < x \leq x_p \end{cases}$$

Con  $c_3 = \phi_{b.i.}$  e  $c_4 = 0$ .

Che risulta in:

$$\phi(x) = \begin{cases} -\frac{qN_D}{2\varepsilon}(x + x_n)^2 + \phi_{b.i.}, & -x_n \leq x < 0 \\ \frac{qN_A}{2\varepsilon}(x - x_p)^2, & 0 < x \leq x_p \end{cases}$$

### 6.3 Estensione delle regioni svuotate

Si vuole conoscere ora l'estensione delle regioni svuotate in funzione del potenziale applicato. Si considera la dimensione  $W = x_n + x_p$ . Sapendo inoltre che  $N_D x_n = N_A x_p$ , si ottiene  $W = x_n(1 + \frac{N_D}{N_A})$ . Il potenziale in zona n è:

$$\phi_{b.i.} = \frac{WE_{max}}{2} = \frac{qN_D W}{2\varepsilon} x_n = \frac{qN_D W}{2\varepsilon} \frac{W}{(1 + \frac{N_D}{N_A})} = \frac{qW^2}{2\varepsilon} \frac{N_D N_A}{N_D + N_A}$$

Da cui risulta:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon\phi_{b.i.}}{q} \frac{N_D + N_A}{N_D N_A}}$$

Che si può scrivere:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon\phi_{b.i.}}{q} \left[ \frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right]}$$

In questa forma è evidenziato il fatto che se una delle due regioni ha concentrazione di drogante molto maggiore dell'altra, quest'altra può essere trascurata. Conoscendo  $W = x_n(1 + \frac{N_D}{N_A})$  e  $W = x_p(1 + \frac{N_A}{N_D})$  è possibile anche ricavare le espressioni dirette per la singola zona:

$$x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon\phi_{b.i.}}{q} \left[ \frac{N_A}{N_D} \right] \frac{1}{N_A + N_D}}$$

$$x_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon\phi_{b.i.}}{q} \left[ \frac{N_D}{N_A} \right] \frac{1}{N_A + N_D}}$$

Queste espressioni si possono generalizzare anche per potenziali diversi dal built-in, si avrà allora:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon(\phi_{b.i.} + V_R)}{q} \left[ \frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right]}$$

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon(\phi_{b.i.} - V_D)}{q} \left[ \frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right]}$$



## 7 Fenomeni di breakdown e campo critico. Dipendenza della tensione di breakdown dal drogaggio

Il campo elettrico all'interno della giunzione, quando viene polarizzata inversamente, cresce con il potenziale applicato. Il campo elettrico raggiunge un valore critico quando sopraggiungono i fenomeni di breakdown. Esistono due meccanismi che comportano il breakdown in una giunzione p-n: il breakdown a valanga e il breakdown Zener.

Il breakdown a valanga si verifica quando i portatori minoritari, raggiungendo la zona svuotata, vengono catturati dal campo elettrico e trasferiti nell'altra regione del dispositivo. Se i campi elettrici sono molto alti, il portatore verrà accelerato al punto da avere energia sufficiente da generare una nuova coppia di portatori all'urto con gli atomi del reticolo. I nuovi portatori vengono accelerati e a loro volta generano ciascuno una nuova coppia di portatori. Si crea quindi un processo reazionato con guadagno maggiore di 1 che diverge, permettendo al diodo di condurre qualsiasi corrente in inversa.

Il breakdown per effetto Zener si verifica quando il campo elettrico nella regione di carica spaziale è tale per cui gli elettroni di legame degli atomi del reticolo vengono strappati, dando luogo a cariche libere per la conduzione.

Entrambi i fenomeni possono coesistere, o uno può prevalere sull'altro. La prevalenza di quale fenomeno viene controllata attraverso il drogaggio. Una zona corta, con substrati fortemente drogati, non darà spazio sufficiente ai portatori per accelerare abbastanza per ionizzare un atomo del reticolo, e si presenterà quindi come prevalente il breakdown per effetto Zener. Una regione lunga invece darà modo ai portatori di accelerare abbastanza, facendo prevalere il breakdown a valanga. Si ha infatti:

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon(\phi_{b.i.} + V_R)}{q} \left[ \frac{1}{N_D} + \frac{1}{N_A} \right]}$$

La tensione di breakdown sarà funzione del drogaggio, infatti il campo elettrico nella giunzione è funzione del drogaggio secondo:

$$E(x) = \begin{cases} +\frac{qN_D}{\varepsilon}(x + x_n), & -x_n \leq x < 0 \\ -\frac{qN_A}{\varepsilon}(x - x_p), & 0 < x \leq x_p \end{cases}$$

## 8 Giunzione p-n polarizzata direttamente: profilo di minoritari ed espressione della corrente totale in polarizzazione diretta

### 8.1 Approssimazione di base lunga

Si vuole studiare il profilo dei portatori minoritari nella giunzione p-n, ora nella regione p. Si consideri l'equazione di continuità:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} + \frac{n - n_0}{\tau_n} = \mu_n n \frac{\partial E}{\partial x} + \mu_n E \frac{\partial n}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

Si studia il fenomeno il regime stazionario e in zona neutra, per cui i campi elettrici risultano nulli. L'equazione di continuità vale, opportunamente riscritta per  $L_n^2 = D_n \tau_n$ , e con il cambio di variabile  $n' = n - n_0$ :

$$\frac{\partial^2 n'}{\partial x^2} + \frac{n'}{L_n^2} = 0$$

Che ha soluzioni:

$$n' x = Ae^{\frac{x}{L_n}} + Be^{-\frac{x}{L_n}}$$

Dove, per determinare i parametri  $A$  e  $B$  è necessario applicare le dovute condizioni di contorno. Considerando la zona neutra sufficientemente lunga da permettere al transitorio di esaurirsi ( $W_p \gg L_n$ ), si hanno condizioni:

$$\begin{cases} n' 0 = n_{p0} \left( e^{\frac{V_D}{v_{th}}} - 1 \right) \\ n' \infty = 0 \end{cases}$$

Da cui si ricava:

$$\begin{cases} B = n_{p0} \left( e^{\frac{V_D}{v_{th}}} - 1 \right) \\ A = 0 \end{cases}$$

Risulta così:

$$n' x = n_{p0} \left( e^{\frac{V_D}{v_{th}}} - 1 \right) e^{-\frac{x}{L_n}}$$

## 8.2 Approssimazione di base corta

Si vuole studiare il profilo dei portatori minoritari nella giunzione p-n, ora nella regione p. Si consideri l'equazione di continuità:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial J_n}{\partial x} + \frac{n - n_0}{\tau_n} = \mu_n n \frac{\partial E}{\partial x} + \mu_n E \frac{\partial n}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \frac{n - n_0}{\tau_n}$$

Si studia il fenomeno il regime stazionario e in zona neutra, per cui i campi elettrici risultano nulli. In zona corta la ricombinazione è nulla. L'equazione di continuità vale:

$$D_n \frac{\partial^2 n'}{\partial x^2} = 0$$

Con il cambio di variabile  $n' = n - n_0$ . L'equazione mostra ora come il profilo dei portatori in eccesso sia una retta. Considerando le opportune condizioni:

$$\begin{cases} n' \text{ a } x=0 = n_{p0} \left( e^{\frac{V_D}{V_{th}}} - 1 \right) \\ n'(W_p) = 0 \end{cases}$$

Risulta così:

$$n' \text{ a } x = n_{p0} \left( e^{\frac{V_D}{V_{th}}} - 1 \right) \frac{W_p - x}{W_p}$$

## 8.3 Espressione della corrente

I risultati ottenuti per i portatori in zona p possono essere estesi ai portatori in zona n. La corrente sarà data dalla somma delle due correnti. Si avrà allora, per il diodo a base lunga:

$$J \text{ a } x=0 = J_n \text{ a } x=0 + J_p \text{ a } x=0 = -qD_n \frac{n_{p0}}{L_n} \left( e^{\frac{V_D}{V_{th}}} - 1 \right) - qD_p \frac{p_{n0}}{L_p} \left( e^{\frac{V_D}{V_{th}}} - 1 \right)$$

$$J = -q \left( D_n \frac{n_{p0}}{L_n} + D_p \frac{p_{n0}}{L_p} \right) \left( e^{\frac{V_D}{V_{th}}} - 1 \right)$$

E per il diodo a base corta:

$$J(0) = J_n(0) + J_p(0) = -qD_n \frac{n_{p0}}{W_p} \left( e^{\frac{V_D}{V_{th}}} - 1 \right) - qD_p \frac{p_{n0}}{W_n} \left( e^{\frac{V_D}{V_{th}}} - 1 \right)$$

$$J = -q \left( D_n \frac{n_{p0}}{W_p} + D_p \frac{p_{n0}}{W_n} \right) \left( e^{\frac{V_D}{V_{th}}} - 1 \right)$$

## 9 Struttura MOS: tensione di banda piatta, espressione della tensione di soglia

Si vuole studiare la struttura del condensatore MOS. Questo è formato da un substrato di semiconduttore drogato collegato a un contatto detto body, uno strato di isolante e un contatto metallico isolato dal body, che prende il nome di gate. All'equilibrio si ha un potenziale di contatto  $\phi_{ms}$  tra substrato e contatto di body. Ci si aspetta che non si presenti nessuna tensione ai capi del dispositivo, il potenziale  $\phi_{ms}$  deve quindi essere compensato da un potenziale uguale ed opposto nel dispositivo. Questo potenziale si sviluppa nel substrato, all'interfaccia con l'ossido. Definiamo tensione di banda piatta  $V_{FB}$  la tensione applicata esternamente in grado di annullare questo potenziale. Si avrà allora  $V_{FB} = \phi_{ms}$ .

Aumentando il potenziale oltre la  $V_{FB}$ , la regione di interfaccia ossido-substrato inizierà a svuotarsi di portatori liberi. In questa condizione il dispositivo viene detto in regione di inversione. Continuando ad aumentare il potenziale, si verificherà un accumulo di portatori minoritari all'interfaccia. Quando la concentrazione di questi raggiunge la concentrazione del drogante nel substrato, il dispositivo si definisce a tensione di soglia  $V_T$ . La tensione di soglia sarà la somma di tre componenti:

$$V_T = \phi_{ms} + \psi_S + \Delta V_{ox}$$

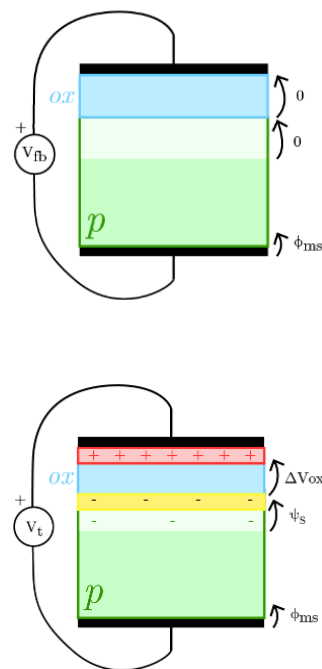
Trascurando la carica dei minoritari accumulati, il campo elettrico nell'ossido è  $F_{ox} = Q'_d/\epsilon_{ox}$  e la tensione ai capi dell'ossido risulta:

$$\Delta V_{ox} = t_{ox} F_{ox} = t_{ox} \frac{Q'_d}{\epsilon_{ox}} = t_{ox} \frac{qN_A W}{\epsilon_{ox}} = \frac{\sqrt{2\epsilon_{Si} q N_A \psi_S}}{C'_{ox}}$$

Dove si è sostituito  $W$  con l'espressione ricavata considerando  $F_{s,max} = \frac{qN_A W}{\epsilon_{Si}}$  e  $\psi_S = \frac{F_{s,max} W}{2}$ . Si trova allora  $\psi_S = \frac{qN_A W^2}{2\epsilon_{Si}}$ , da cui  $W = \sqrt{\frac{2\epsilon_{Si} \psi_S}{qN_A}}$ . Si considera inoltre  $C'_{ox} = \epsilon_{ox}/t_{ox}$ .

Si ricava ora un'espressione per  $\psi_S$ . La concentrazione dei minoritari all'interfaccia è data da  $n_0 = \frac{n_i^2}{N_A} e^{\frac{q\psi_S}{kT}}$  dalla statistica di Boltzmann. In condizioni di soglia si avrà  $n_0 = N_A$ . Risulta quindi:

$$\psi_S = 2 \frac{kT}{q} \ln \left( \frac{N_A}{n_i} \right)$$



## 10 Sistema MOS: elettrostatica per polarizzazioni sopra soglia (densità di carica, profilo di campo elettrico)

Si considera un sistema MOS polarizzato oltre la tensione di soglia. Si avrà un ulteriore accumulo di carica nella regione di carica spaziale. La carica aggiunta determina un incremento del potenziale di substrato  $\psi_S$  e un incremento del potenziale sull'ossido  $\Delta V_{ox}$ . Il potenziale  $\psi_S$  aumenta però secondo il logaritmo della carica, mentre il potenziale ai capi dell'ossido aumenta linearmente con la carica. Si trascura quindi la variazione di  $\psi_S$ , considerandolo come a soglia, e si avrà:

$$V_{GB} = \phi_{ms} + \psi_S + \frac{Q'_d + Q'_n}{C'_{ox}} = V_T + \frac{Q'_n}{C'_{ox}}$$

Sarà quindi possibile conoscere l'elettrostatica del MOS a partire dalla tensione applicata. In particolare:

$$Q'_n = C'_{ox}(V_{GB} - V_T)$$

Il campo elettrico nell'ossido sarà:

$$E_{ox} = \frac{Q'_n + Q'_d}{\epsilon_{ox}} = \frac{C'_{ox} V_{GB} - V_T + qN_A W}{\epsilon_{ox}}$$

Fuori dall'ossido:

$$E_{Si} = \frac{Q'_n + Q'_d}{\epsilon_{Si}} = \frac{C'_{ox} V_{GB} - V_T + qN_A W}{\epsilon_{Si}}$$

E superato lo strato di carica:

$$E_d = \frac{Q'_d}{\epsilon_{Si}} = \frac{qN_A W}{\epsilon_{Si}}$$

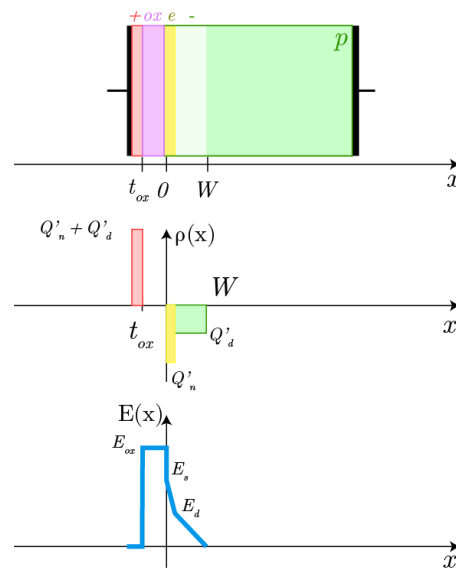


Figura 10

## 11 Transistore MOS canale n: modello a strato di carica, approssimazioni e relazione in zona ohmica.

Si vuole studiare la conduzione nel transistor MOS. Si considera la tensione gate-body:

$$V_{GB} = \phi_{ms} + \psi_S + \Delta V_c x + \frac{Q'_d \psi_S}{C'_{ox}} + \frac{Q'_d(\psi_S + \Delta V_c x) - Q'_d \psi_S}{C'_{ox}} + \frac{Q'_n}{C'_{ox}}$$

$$V_{GS} = V_{GB} = V_T + \Delta V_c x + \Delta V_T + \frac{Q'_n}{C'_{ox}}$$

Si avrà allora, trascurando  $\Delta V_T$ :

$$Q'_n = C'_{ox}(V_{GS} - V_T - \Delta V_c x)$$

Si considera inoltre la legge di Ohm differenziale:

$$dV_c = I_{DS} \frac{dx}{q\mu_n n x W} = I_{DS} \frac{dx}{\mu_n Q'_n W}$$

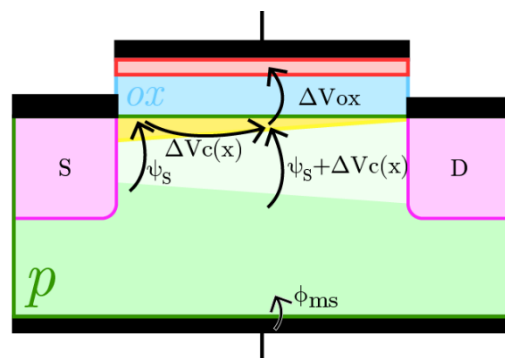
$$dV_c = I_{DS} \frac{dx}{\mu_n C'_{ox} (V_{GS} - V_T - \Delta V_c) W}$$

In forma differenziale:

$$\mu_n W C'_{ox} \int_0^{V_{DS}} (V_{GS} - V_T - \Delta V_c) dV_c = I_{DS} \int_0^L dx$$

Che risulta in:

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} [2 V_{GS} - V_T V_{DS} - V_{DS}^2]$$



## 12 Transistore MOS a canale n: espressione della corrente in saturazione, modulazione di canale e conduttanza di uscita

A parità di tensione di gate, aumentando la  $V_{DS}$ , la corrente non aumenta continuamente, ma satura da una certa  $V_{DS}$  in poi. Per ottenere questo valore, si consideri:

$$\frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} [V_{GS} - V_T - V_{DS}] = 0$$

$$[V_{GS} - V_T - V_{DS}] = 0 \Rightarrow V_{DS} = V_{GS} - V_T$$

Risulta evidente che per  $V_{DS} > V_{GS} - V_T$  non è possibile formare il canale al drain. L'espressione della corrente sarà quindi:

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L'} (V_{GS} - V_T)^2$$

Dove  $L'$  non è noto. Sia allora  $\Delta L = L - L'$ . È noto che  $I_{DS} \sim nv$ , e che la carica libera per la conduzione al pinch-off è poca, ci si aspetta allora che la velocità sia alta. Dopo il pinch-off, la carica viene trasferita dal canale al contatto di drain dal campo elettrico. Si ha allora  $I_{DS} \sim nv \sim \mu E$ . Il campo elettrico risulta invece  $E \cong \frac{V_D - V_{DS,sat}}{\Delta L}$ . Per avere un'alta velocità delle cariche, il campo elettrico  $E$  deve essere alto. Ma  $V_D - V_{DS,sat}$  è piccola. Necessariamente allora anche  $\Delta L$  sarà piccolo. È possibile quantificarlo considerando lo sviluppo di Taylor al primo ordine di

$$L' V_{DS} |_{V_{DS,sat}} = L' V_{DS} + \frac{\partial L'}{\partial V_{DS}} (V_D - V_{DS,sat})$$

$$= L \left( 1 - \frac{1}{L} \left| \frac{\partial L'}{\partial V_{DS}} \right| (V_{DS} - V_{DS,sat}) \right)$$

Risulta quindi:

$$I_{DS} = \frac{1}{2} \mu_n C'_{ox} \frac{W}{L} \frac{(V_{GS} - V_T)^2}{(1 - \lambda(V_{DS} - V_{DS,sat}))}$$

Si considera inoltre che per  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{1-x} = 1 + x$ . Si scrive allora:

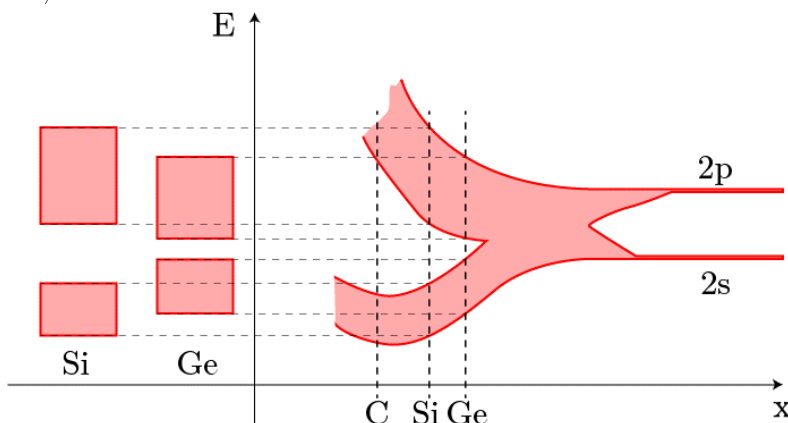
$$I_{DS} = I_{DS}^{sat} (1 + \lambda(V_{DS} - V_{DS,sat}))$$

La conduttanza di uscita risulta:

$$g_0 = \frac{\partial I_{DS}}{\partial V_{DS}} = I_{DS}^{sat} \lambda = \frac{I_{DS}^{sat}}{V_A}$$

### 13 Le bande ed il livello di Fermi. Densità di stati equivalenti

Dal modello di Bohr le orbite elettroniche sono discrete e stazionarie nel nucleo. In realtà sappiamo che non è così. Quando due atomi si legano, si formano due livelli energetici distinti (legame e anti-legame) in prossimità di ciascun livello energetico dell'atomo singolo. Se  $N$  atomi sono posti a formare un reticolo, si creeranno  $N$  livelli energetici distinti per ogni livello energetico del singolo atomo. Il gruppo di livelli energetici prende il nome di banda. La disposizione degli ultimi elettroni disponibili in un reticolo è particolarmente importante per la conduzione. Affinché un materiale conduca, infatti, è necessario che un elettrone possa aumentare la sua energia, per muoversi. Questo è possibile solo se il salto di energia richiesto è minore dell'energia immessa dall'esterno. È facile che un elettrone si muova all'interno di una sua banda, ma non è facile che faccia un salto di banda. Se l'ultima banda occupata non è completamente riempita, si ha un metallo. L'elettrone potrà muoversi nella banda di valenza senza grandi salti di energia. Se l'ultima banda è completamente riempita, il salto energetico richiesto per passare da una banda all'altra è generalmente troppo grande, e si avrà un isolante.



Se la conduzione dipendesse esclusivamente da questo, tutti gli elementi del IV gruppo sarebbero conduttivi. Si verifica invece un fenomeno chiamato ibridizzazione. Con la diminuzione del passo reticolare, prima si forma un'unica banda permessa, che poi si divide in due bande permesse, una superiore e una inferiore. Per il sistema è energeticamente avverso avere tutti gli elettroni nella banda inferiore. Si formano così due bande distinte e separate da un gap variabile in funzione del passo reticolare. Per gli atomi di carbonio, più piccoli, il passo reticolare è molto piccolo, dando luogo a un grande gap di energia. Nei semiconduttori il gap è modesto (1.12eV nel silicio, 0.65eV nel germanio), permettendo il salto tra la banda di valenza e quella di conduzione.



### 13.1 Livello di Fermi

Si considerano ora gli elettroni di valenza nel silicio. A 0K gli elettroni dovrebbero trovarsi tutti in fondo alla banda, secondo la statistica di Maxwell-Boltzmann. Non è così, perché per il principio di esclusione di Pauli non possono occupare lo stesso stato. A 0K si trovano invece a un livello che prende il nome di livello di Fermi. Nel silicio a 0K la banda di valenza è completamente occupata, mentre la banda di conduzione è completamente libera. Il livello di Fermi si trova quindi nel gap.

Oltre gli 0K, alcuni elettroni saltano il gap e si trovano nella banda di conduzione, lasciando spazio nelle bande di valenza per le lacune. Possiamo stimare il numero di elettroni nella banda di conduzione come:

$$n = N_C e^{-(E_C - E_f)/kT}$$

E analogamente le lacune come:

$$p = N_V e^{-(E_f - E_V)/kT}$$

È possibile quindi ricavare la posizione del livello di fermi rispetto alla banda di conduzione o alla banda di valenza dal numero di portatori. In un semiconduttore intrinseco risulta:

$$E_i = \frac{E_V + E_C}{2} - kT \ln \left( \frac{N_C}{N_V} \right)$$

Cioè circa a metà del gap.

## 14 Sistema MOS: Tensione di banda piatta e funzione lavoro

Si vuole mostrare ora che il potenziale di contatto metallo-semiconduttore di un dispositivo MOS non dipende dal potenziale di contatto del materiale di cui è fatto il contatto di body, ma solo dalla funzione lavoro del materiale di cui è fatto il gate.

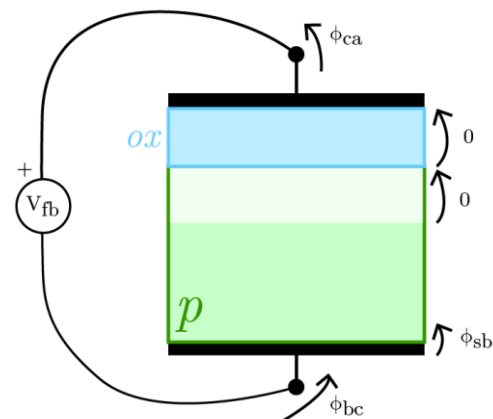
Si consideri il sistema MOS in condizione di banda piatta, con un generatore connesso tra gate e body, e tre metalli diversi: il metallo A forma il contatto al gate, il metallo B forma il contatto al body e il metallo C connette i contatti al generatore. L'espressione della tensione di banda piatta risulta quindi, in assenza di carica intrappolata nell'ossido:

$$V_{fb} = \phi_{bc} + \phi_{sb} + \phi_{ca} = \phi_b - \phi_c + \phi_{Si} - \phi_b + \phi_c - \phi_a$$

Dopo le opportune semplificazioni, si ha:

$$V_{fb} = \phi_{Si} - \phi_a = \phi_{Si-a}$$

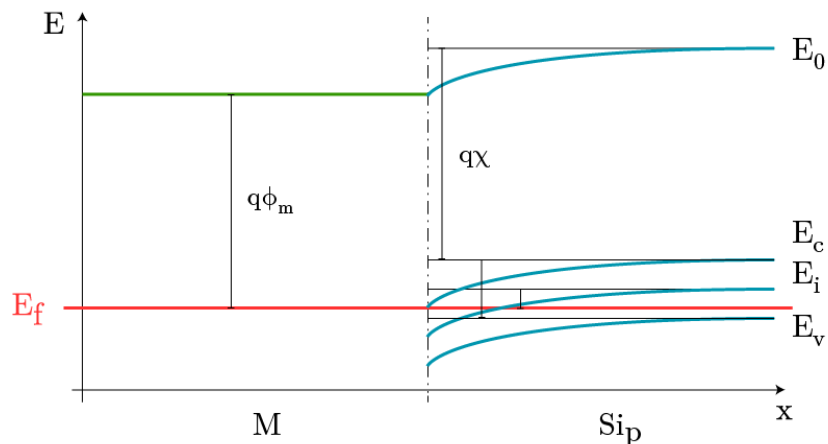
È evidente quindi che la tensione di banda piatta dipenda esclusivamente dalla funzione lavoro del metallo del contatto di gate e dal potenziale di fermi del silicio del body.



## 15 I contatti metallo-semiconduttore

La giustapposizione di un metallo e un semiconduttore genera un contatto metallo-semiconduttore, le cui proprietà variano in base al segno del gap tra i livelli di Fermi dei due materiali.

Nel caso in cui il livello di Fermi del metallo sia superiore in energia a quello del semiconduttore in esame, degli elettroni si trasferiscono dal metallo al semiconduttore. Si crea così una zona svuotata, simile a una giunzione p-n, con relazione corrente-tensione non lineare.



Nel caso in cui il livello di Fermi del metallo sia ad un'energia più bassa, il trasferimento di elettroni avviene dal semiconduttore al metallo. Si accumulano quindi elettroni nel metallo e lacune nel silicio, portatori disponibili alla conduzione.

